Metodología y herramientas de la Física

Dr. Willy H. Gerber
Instituto de Fisica
Universidad Austral
Valdivia, Chile

Objetivos: Comprender la forma como se trabaja en física y aprender a emplear aquellas herramientas que se requieren para ello.

Modelo del aprendizaje científico:

La teoría de los paradigmas de Thomas Kuhn.

Los Paradigmas

La física, como todas las ciencias, se desarrollan mediantes hipótesis que conforman un "paradigma" bajo el cual buscamos comprender el mundo que nos rodea.

Los Paradigmas

Dichas hipótesis se enuncian tras observar los sistemas sobre los cuales pretendemos establecer estas.

Aristóteles
(385 AC-332 AC)

Ejemplo: Aristóteles observaba que cada vez que uno Impulsa un objeto, este tiende a detenerse por lo que enuncio la hipótesis:

El estado natural de las cosas es que estas se encuentran en reposo.

Esta hipótesis constituyo la base del paradigma mecanicista de Aristóteles

Los Paradigmas

Cada paradigma tiene implicancias. Se definen variables que describen lo que el paradigma enuncia. En este caso tenemos:

Un camino recorrido

Un tiempo que se demora el cuerpo en recorrer dicho camino.

Los Paradigmas

Cada variable que introducimos se debe poder medir o calcular de variables medidas. En este caso tenemos las variables medidas:

Largo [regla]

Tiempo [reloj]

Adicionalmente tenemos la variable calculada:

$$\text{Velocidad } V = \frac{\text{Camino recorrido d}}{\text{Tiempo transcurrido t}}$$

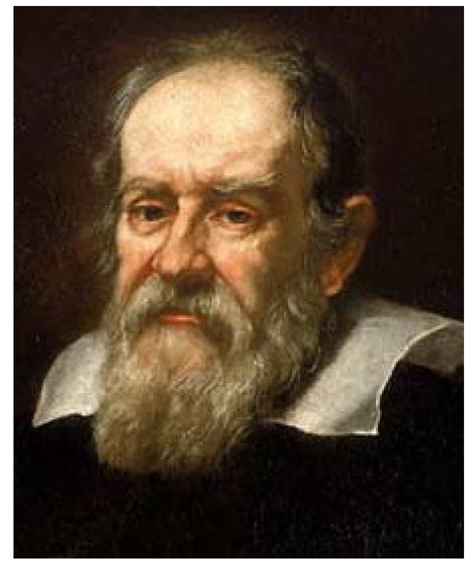
y la expresión matemática de la hipótesis de Aristóteles:

$$\boxed{V \longrightarrow 0}$$

Los Paradigmas

Un paradigma evoluciona en la medida que se descubren inconsistencias en sus hipótesis básicas. Lo primero es tratar de modificar dichas hipótesis hasta que estas ya no son capaces de explicar lo que se observa.

Ejemplo: Galileo descubrió que la hipótesis de Aristóteles era incompatible con el hecho de que los planetas giran en trono del sol (en realidad las lunas entorno de los planetas) sin nunca detenerse.



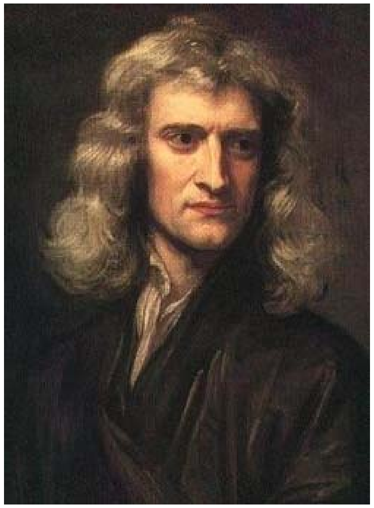
Galileo Galilei
(1564-1642)

Los Paradigmas

Es así como el paradigma de Aristóteles es declarado errado

~~El estado natural de las cosas es que estas se encuentran en reposo.~~

Posteriormente Newton enuncia varias hipótesis que conoceremos durante el curso. Una de ellas de hecho reemplaza el enunciado de Aristóteles señalando:



Isaac Newton
(1643-1727)

De no existir una acción externa (fuerza) todo cuerpo mantiene su estado actual (velocidad).

Actualmente existe un nuevo paradigma que reemplazo el de Newton: el de Einstein con la teoría de la relatividad.

Lo que debemos dominar:

Herramientas para el trabajo científico

Medidas

Nuestro trabajo de basa en:

Definir una magnitud (ej. la distancia)

Las unidades en que se mide (ej. el metro)

Y la forma de medirlo (ej. con un metro)

Unidades y notación científica

Dos cosas debemos dominar

Existen diversas escalas de medida entre las cuales debemos capaces de convertir los valores medidos o calculados. Ejemplo:

1 km = 1000 m
1 m = 100 cm
1 cm = 10 mm

El escribir los números en notación científica para el caso de que los números son muy grandes o muy pequeños:

1 km = $1x10^{3}$ m	1 m = $1x10^{-3}$ km
1 mm = $1x10^{-3}$ m	1 m = $1x10^{+3}$ mm
1 μm = $1x10^{-6}$ m	1 m = $1x10^{+6}$ μm
1 nm = $1x10^{-9}$ m	1 m = $1x10^{+9}$ nm

Como convertir

Pasos:

1. Identifique las unidades existentes y las que se necesitan

$$56.4\ \boxed{\text{km}}\ \text{en}\ \boxed{\text{metros}}$$

2. Definir la regla de conversión

$$1\ \text{km} = 1\text{x}10^3\ \text{m}$$

3. Reemplazar la unidad y multiplicar el numero

$$56.4\ \boxed{\text{km}} = 56.4 * \boxed{1\text{x}10^3\ \text{m}} = 56.4\text{x}10^3\ \text{m} = 5.64\text{x}10^4\ \text{m}$$

Unidades

Convertir

12.3 km a m
3.4 cm^2 a m^2
6.7 mm^3 a m^3
2.3 l a m^3
2.3 l a cm^3
5.6 ml a m^3
5.6 ml a cm^3
8.2 μm a m
9.3 nm a m

23.4 s a min
129.2 min a hrs
2h 34min 15s a s
2h 34min 15s a min

10.2 kg a g
245 g a kg

5.6 m/s a km/hrs
62.5 km/hrs a m/s
331 m/s a km/hrs
2.2 mm/s a m/s

1 g/cm^3 a kg/m^3
2300 kg/m^3 a g/cm^3

Relaciones

De las hipótesis se derivan relaciones que denominamos "ecuaciones" y que indican como las distintas variables están asociadas.

A modo de ejemplo consideremos la cantidad de calor que produce un organismo.

Podríamos argumentar que en un organismo

El calor producido por tiempo es proporcional a la masa de este.

Las variables que involucran esta hipótesis son:

ΔQ Calor producido [calorías]
Δt Tiempo transcurrido [s]
m Masa [kg]

Relaciones

Cual es la ecuación?

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad \qquad \propto$$

El calor producido por tiempo es proporcional
a la masa de este.

m

El texto dice que:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \propto m$$

o expresado como ecuación:

$$\frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta t} = cte$$

Relaciones

Lo próximo es obtener mediciones que nos permitan validar o desechar la hipótesis:

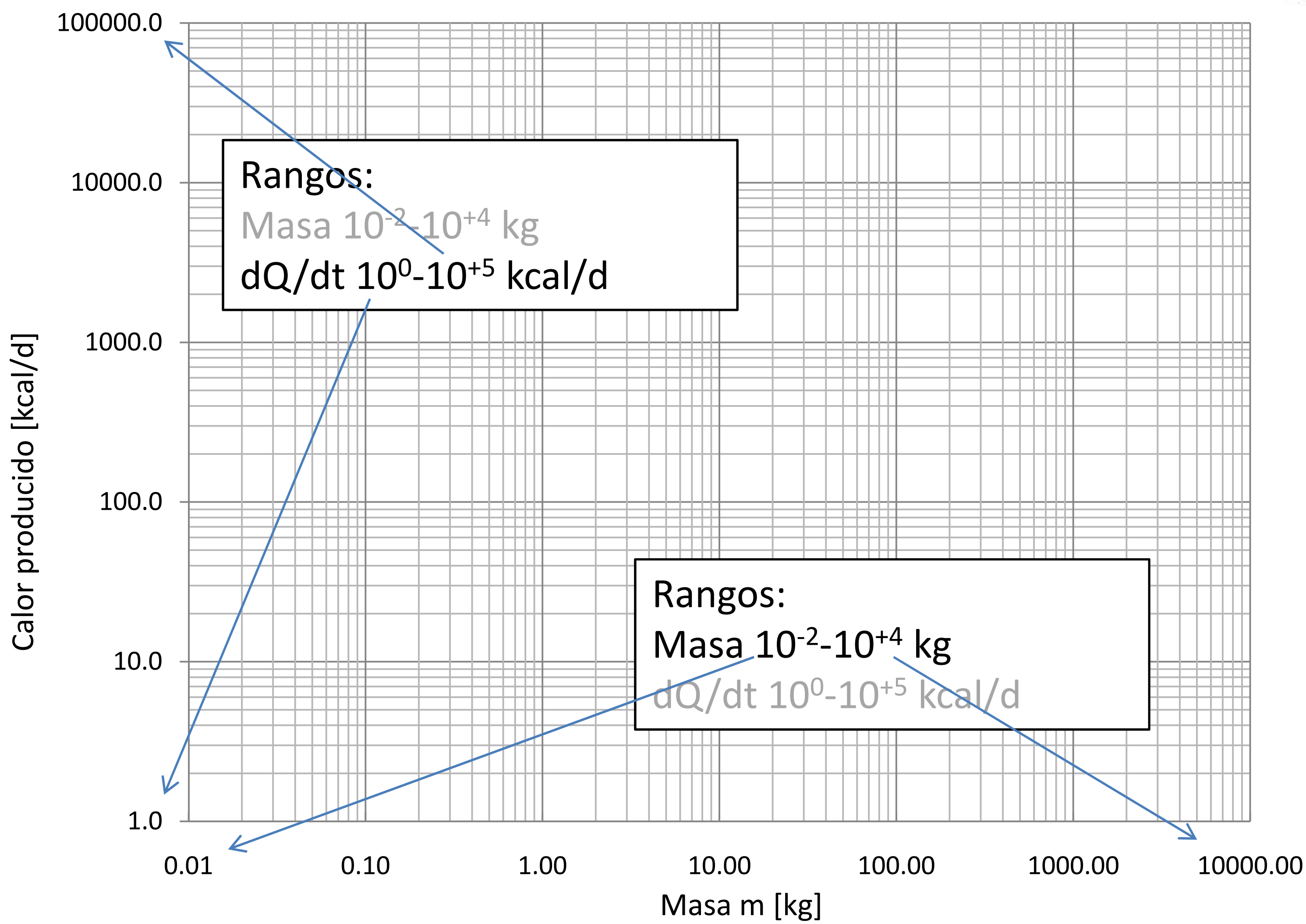
Animal	Masa [kg]	dQ/dt [kcal/d]
Ratón	0.02	4.5
Rata	0.29	32.1
Hámster	0.40	40.4
Gato	2.28	154.4
Conejo	2.95	208.6
Macaco	6.09	301.9
Cabra	26.66	1004.6
Chimpancé	41.61	1421.1
Oveja	51.38	1670.7
Ternero	304.8	5958.0
Vaca	522.4	9244.1
Elefante	3403.9	51148.8

Rangos:
Masa 10^{-2}-10^{+4} kg
dQ/dt 10^{0}-10^{+5} kcal/d

Debemos graficar en papel logarítmico

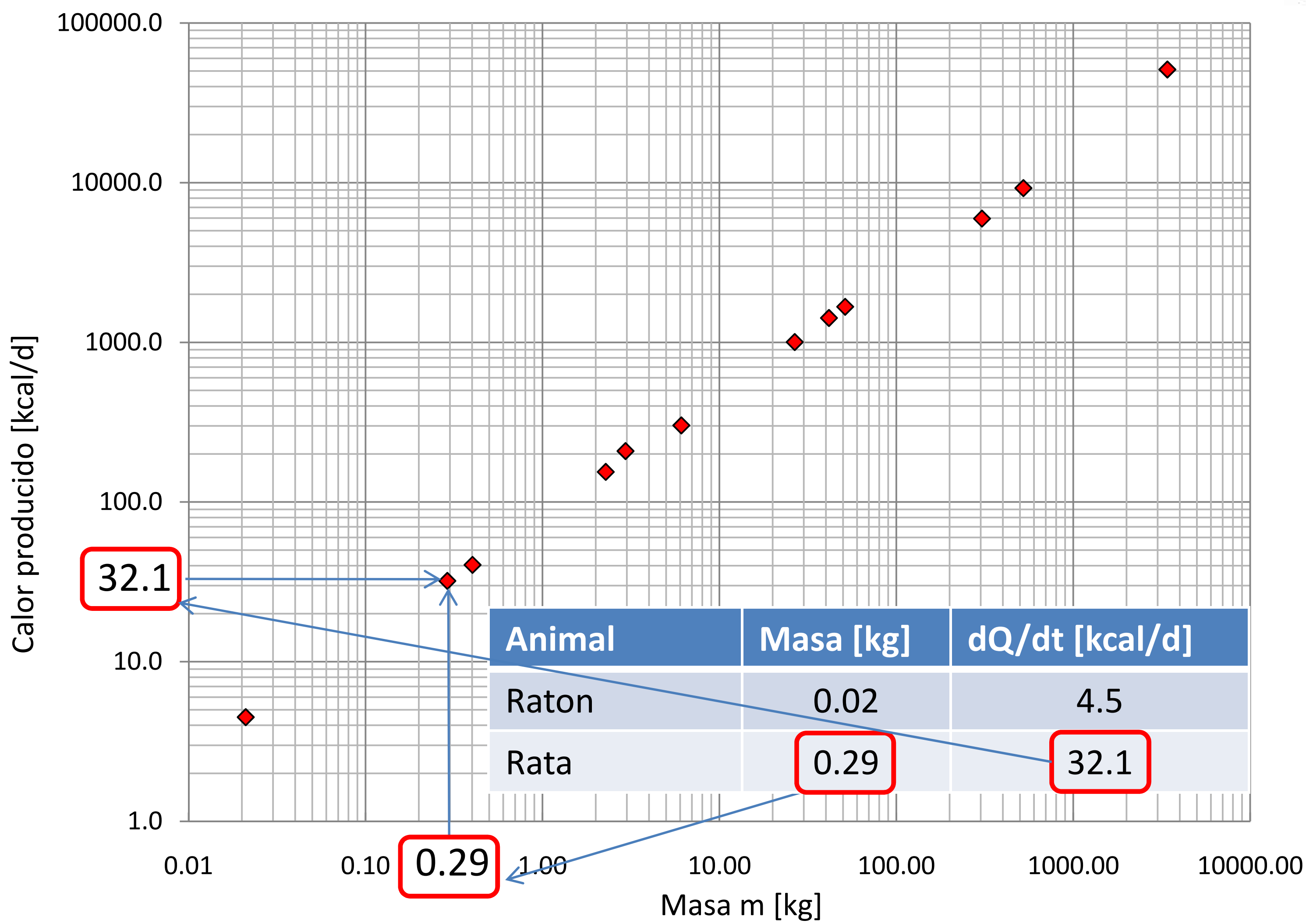
Graficar

1. Fijar rangos, títulos y unidades en cada eje



Graficar

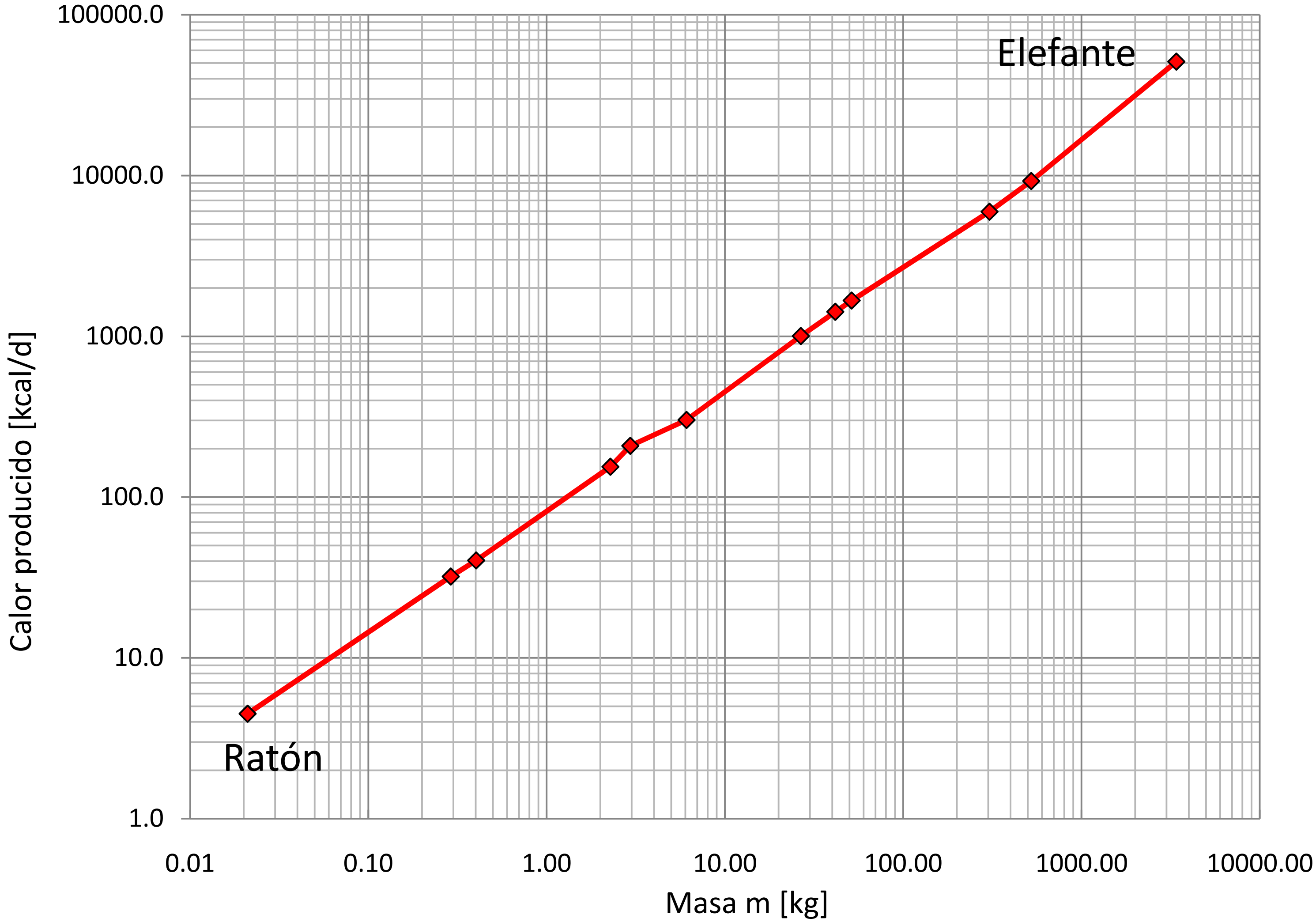
2. Graficar los puntos medidos



Animal	Masa [kg]	dQ/dt [kcal/d]
Raton	0.02	4.5
Rata	0.29	32.1

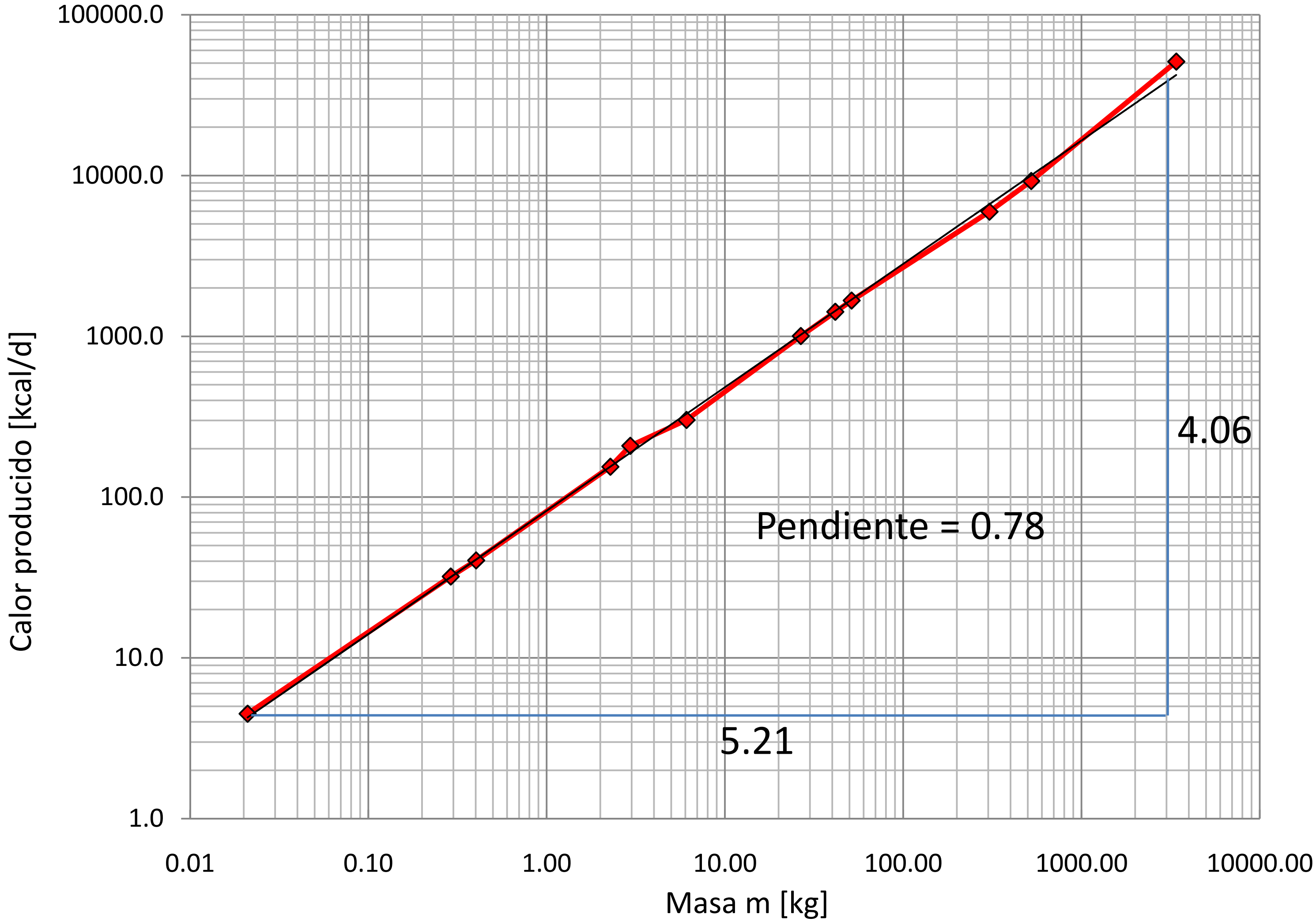
Graficar

3. Graficar tendencia de la curva



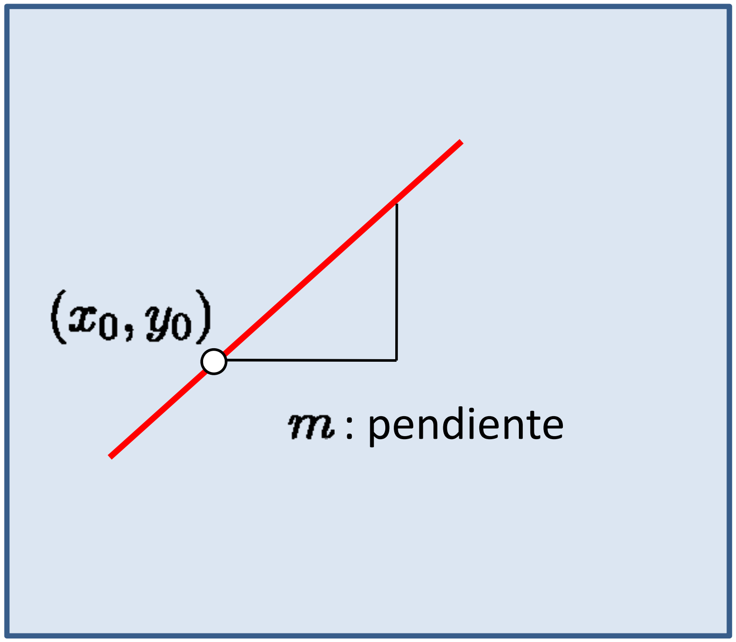
Graficar

4. Determinar los parámetros de la curva



Graficacion

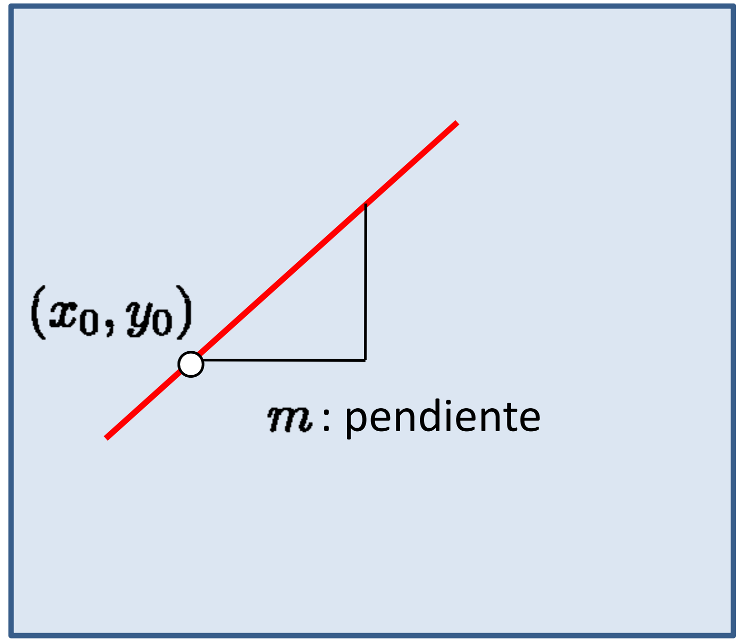
Papel normal



$$y = mx + b$$

$$b = y_0 - mx_0$$

Papel logarítmico



$$y = bx^m$$

$$b = \frac{y_0}{x_0^m}$$

En este caso:

$$b = \frac{y_0}{x_0^m} = \frac{1004.6}{26.66^{0.78}} = 77.6$$

Modelo

Corrección de la hipótesis

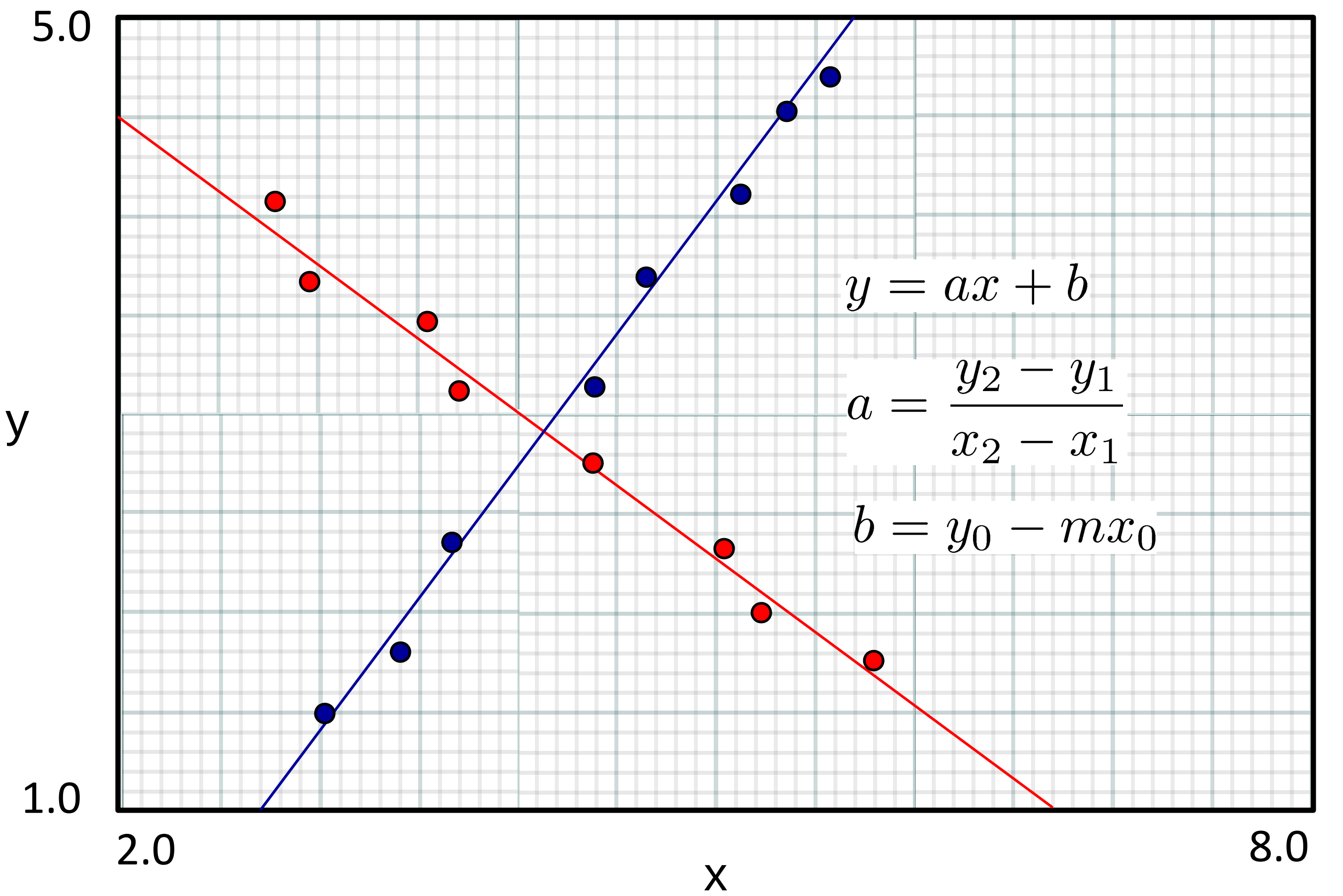
$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t} = A\, m^{\alpha}}$$

Con m la masa del animal en kg, A=77.8 kcal/día y α = 0.78.

Con lo cual podemos calcular por ejemplo el calor que produce al día una persona de 95 kg: 2707 kcal (la energía para poner a hervir 33.8 kg de agua que esta a 20C).

Para poder trabajar con ecuaciones debemos dominar algebra.

Obtenga la ecuación asociada a los puntos de la grafica



Grafica

Obtenga la ecuación asociada a los puntos de la grafica

En este caso

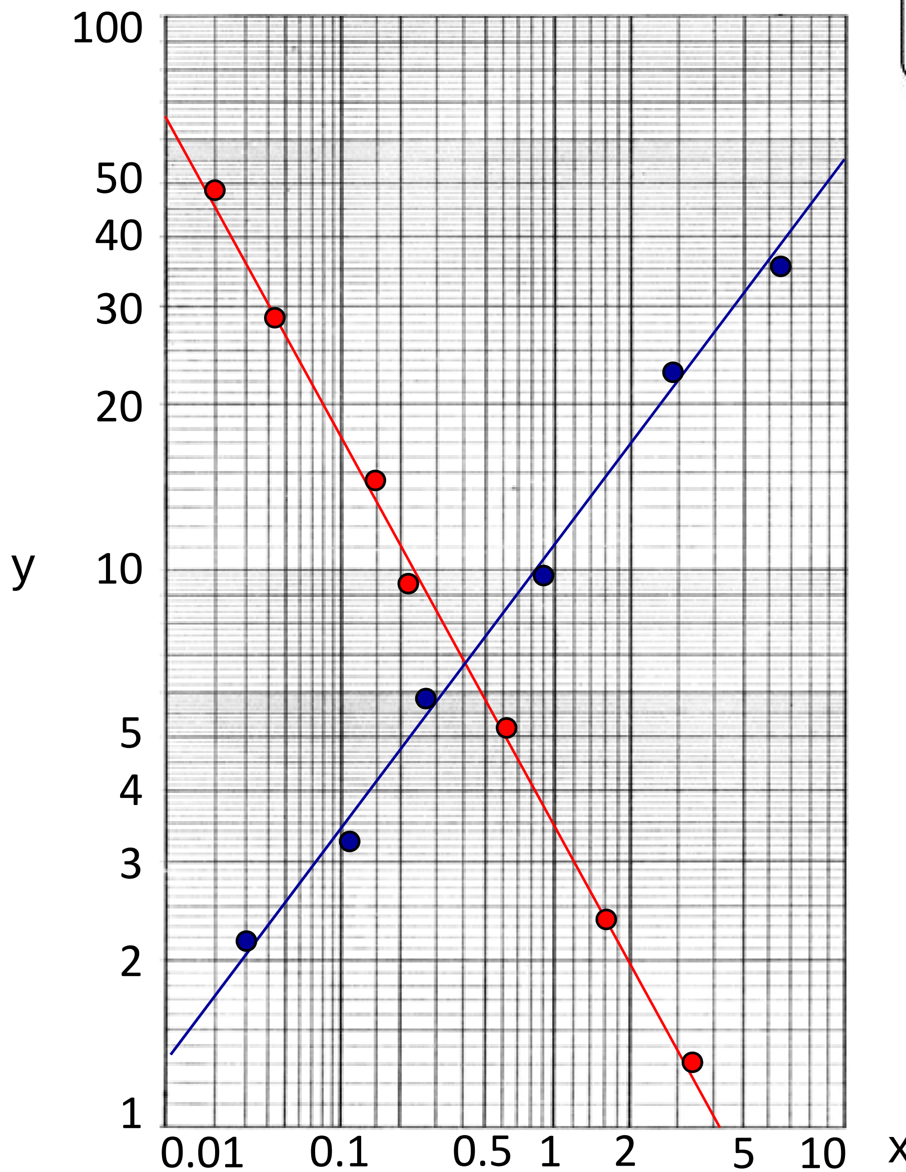
$$y = ax^b$$

o

$$\log y = a + b \log x$$

$$b = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$

$$a = \log y_0 - b \log x_0$$



Algebra

Operador suma: +

Conmutatividad: $a + b = b + a$

Asociatividad: $a + (b + c) = (a + b) + c$

Inverso de sumar b: $a + b + (-b) = a + b - b = a$

Elemento nulo 0: $a + 0 = a$

Operador suma: *

Conmutatividad: $a * b = b * a$

Asociatividad: $a * (b * c) = (a * b) * c$

Inverso de sumar b: $a * b * \frac{1}{b} = a * \frac{b}{b} = a$

Elemento nulo 1: $a * 1 = a$

Algebra

Distribución: $a(b+c) = ab + ac$

Factorización: $ab + ac = a(b+c)$

Despejar:

$$a + b = c \rightarrow a = c - b$$

$$ab = c \rightarrow a = \frac{c}{b}$$

Simplificaciones:

$$\frac{\cancel{a}b}{\cancel{a}c} = \frac{b}{c}$$

$$a + \cancel{b} = c + \cancel{b} \rightarrow a = c$$

Exponentes:

$$a^b a^c = a^{b+c}$$

$$(ab)^c = a^c b^c$$

$$a^{b^c} = a^{bc}$$

Algebra

Logarithm base 10

$$y = \log_{10} x \rightarrow x = 10^y$$

Logarithm base e

$$y = \log_e x \equiv \ln x \rightarrow x = e^y$$

Logarithm en general

$$\log(ab) = \log(a) + \log(b)$$

$$\log(a^b) = b\log(a)$$

Algebra

Simetría: $a = b \rightarrow b = a$

Transitividad: $a = b,\ b = c \rightarrow a = c$

Igualdades: $a = b \rightarrow a + c = b + c$

$$a = b,\ c = d \rightarrow a + c = b + d$$

$$a = b,\ c = d \rightarrow a * c = b * d$$

Inigualadas: $a < b,\ b < c \rightarrow a < c$

$$a < b,\ c < d \rightarrow a + c < b + d$$

$$a < b,\ c > 0 \rightarrow a * c < b * c \qquad a < b \rightarrow c^a < c^b$$

$$a < b,\ c < 0 \rightarrow a * c > b * c$$

$$a < b \rightarrow a^2 < b^2 \qquad a < b \rightarrow \log(a) < \log(b)$$

Con algebra podemos trabajar las ecuaciones de las relaciones con las que describimos los sistemas físicos que analicemos.

Despejar y

$$ay = b$$

$$ay^2 = b$$

$$\frac{a}{y} = b$$

$$\sqrt{a^2 + y^2} = b$$

$$\frac{ab + y}{d} = x + y$$

$$x = \frac{a^2 + by}{c + dy}$$

$$x^y = z$$

$$x^{ay+b} = z$$

$$\log(ay + b) = x$$

$$\ln(ay + b) = x$$

$$ay < b$$

$$ay^2 < b$$

$$\sqrt{a^2 + y^2} < b$$

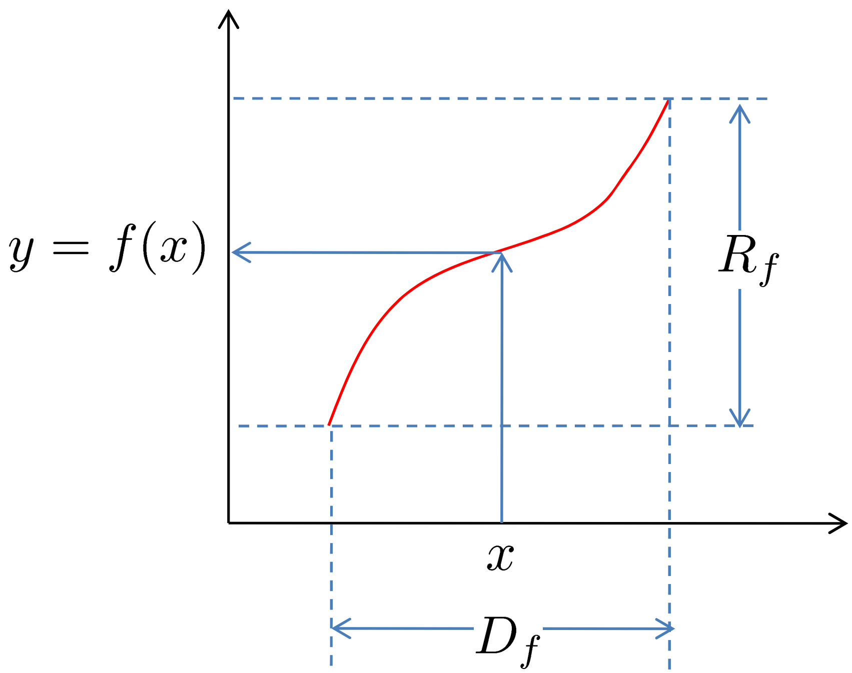
$$x < \log(y)$$

Funciones

Correspondencia: $f : X \to Y$

Dominio: $D_f = \{x \in X :\ni y \in Y, f(x) = y\}$

Rango: $R_f = \{y \in Y :\ni x \in X, f(x) = y\}$

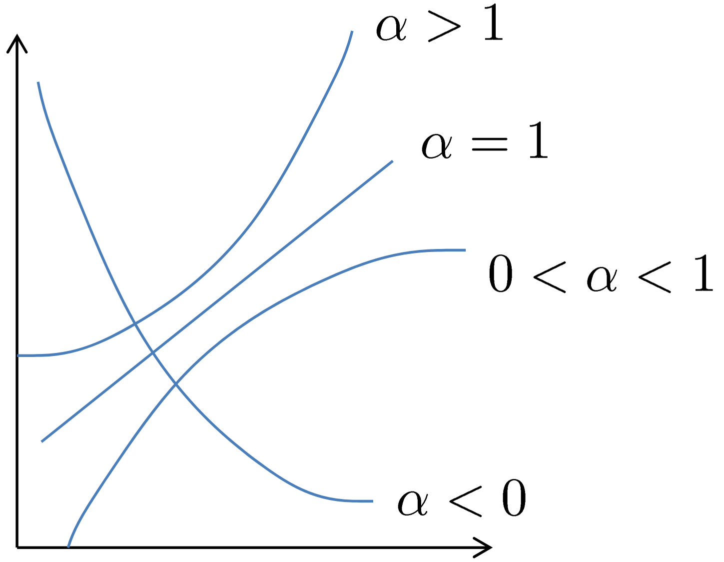


Funciones

Algunos trucos para dibujar funciones:

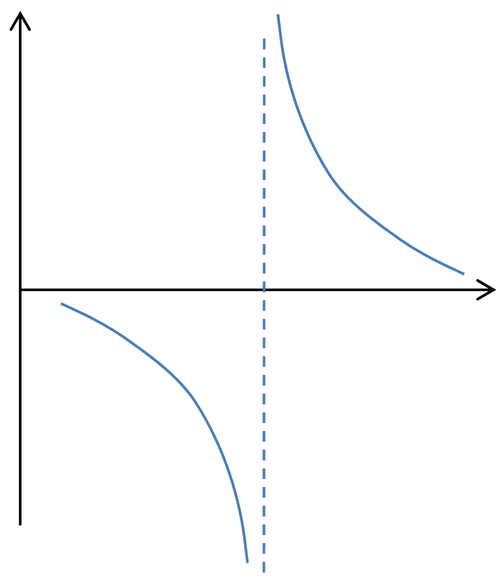
Analizar tendencias (x >> b)

$$f(x) = A(x+b)^{\alpha} \to Ax^{\alpha}$$



Identificar singularidades

$$f(x) = \frac{A}{x-a}$$



Funciones

Grafique y vs x (suponga constantes positivas):

$$y = ax + b \qquad y = -ax + b$$

$$y = \frac{a}{b - x} \qquad y = \frac{a}{x - b}$$

$$y = \frac{a}{(x-b)^2} \qquad y = \frac{ax}{(x-b)^2}$$

$$y = \frac{ax^2}{(x-b)^2} \qquad y = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + b^2}}$$

Geometría

Raíces de una ecuación; x tal que:

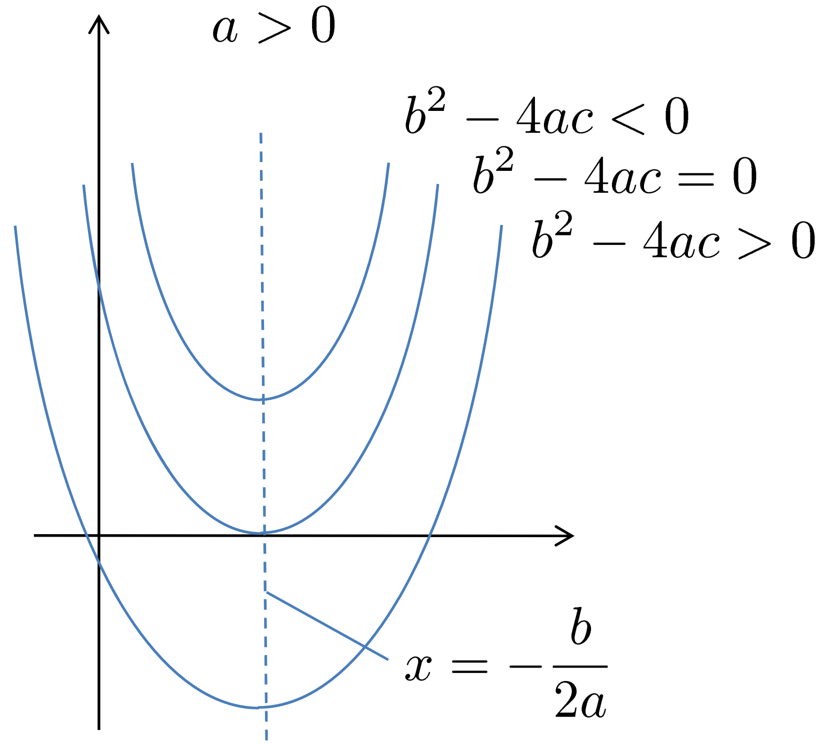
$$f(x) = 0$$

Ejemplo:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

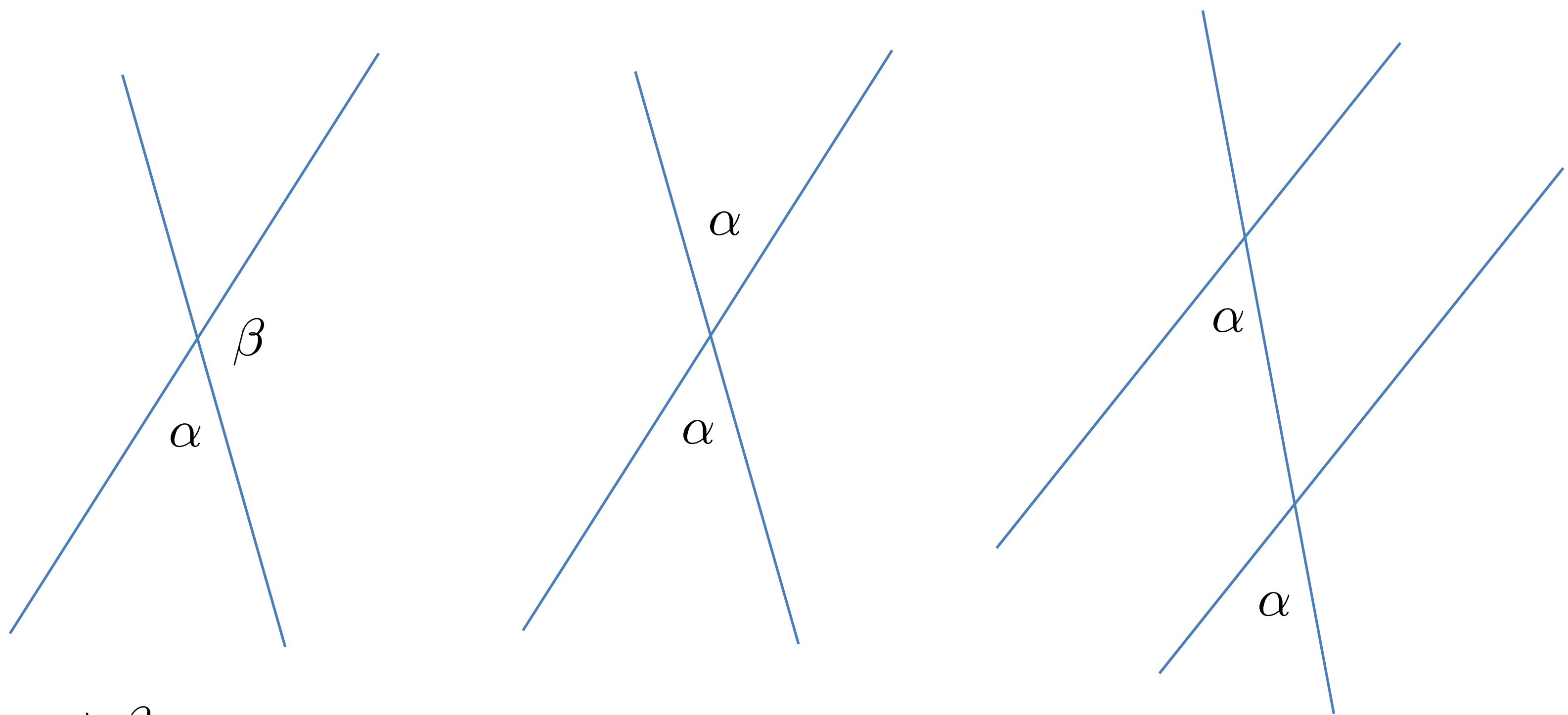
Raíces:

$$x_{\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



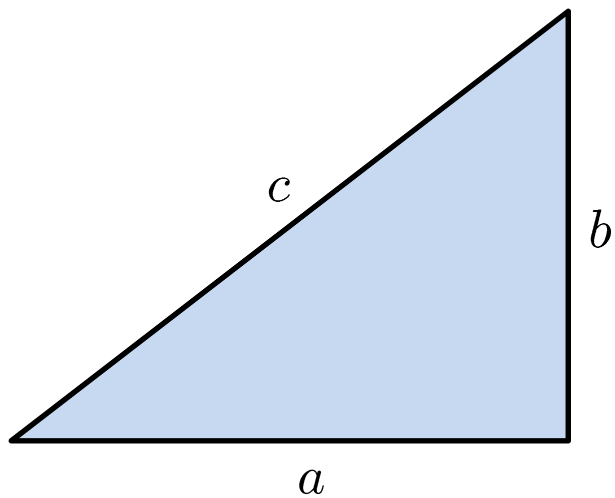
Geometría

Ángulos:

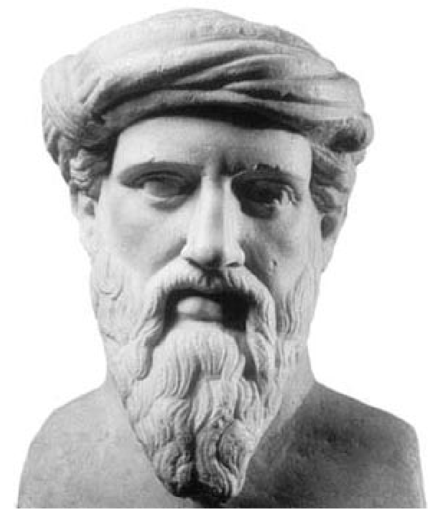


$$\alpha + \beta = \pi$$

Pitágoras:

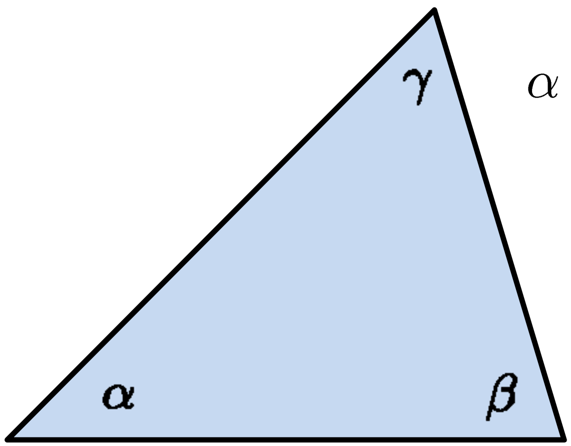


$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

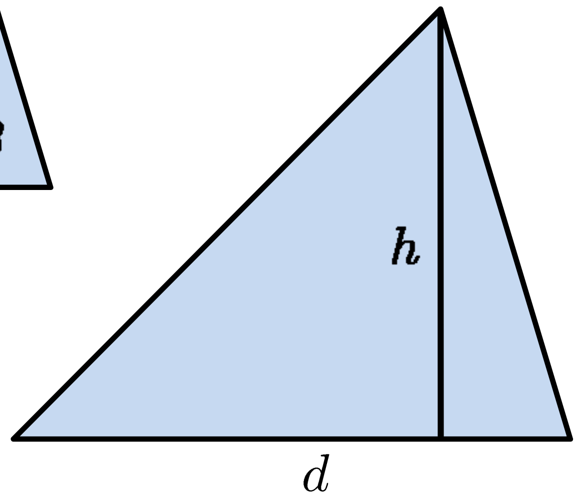


Pitágoras de Samos
(582 AC – 507 AC)

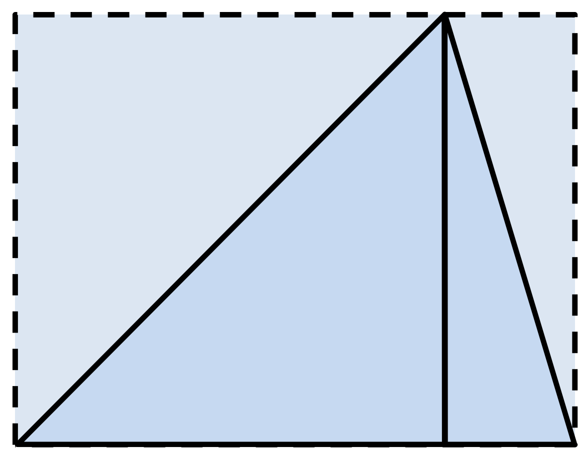
Triángulos:



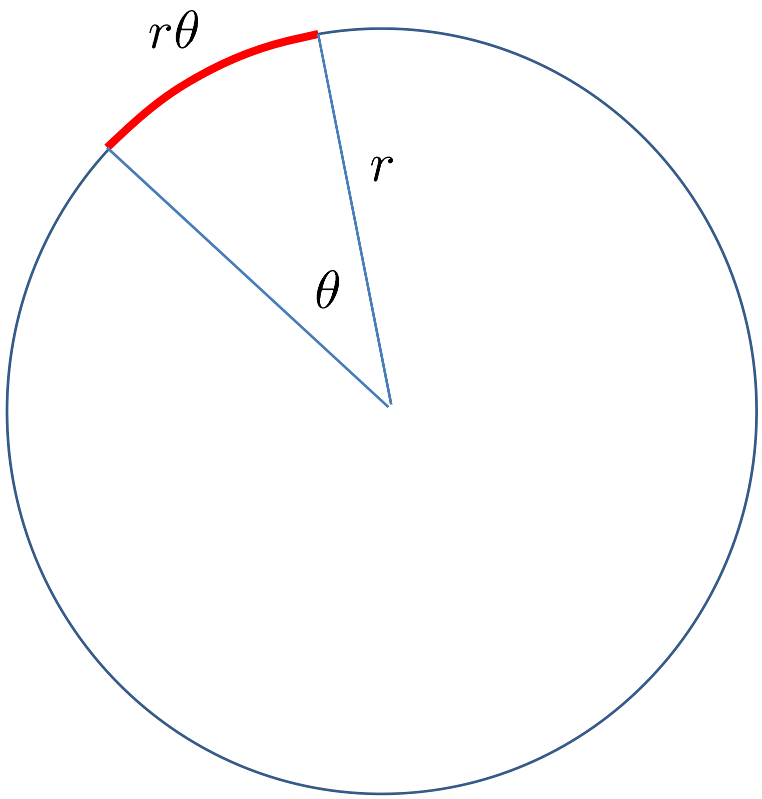
$$\alpha + \beta + \gamma = 2\pi$$



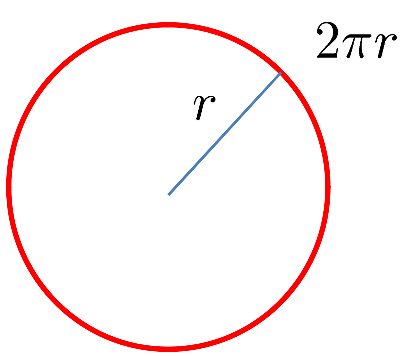
$$S = \frac{1}{2} d \cdot h$$



Arco:



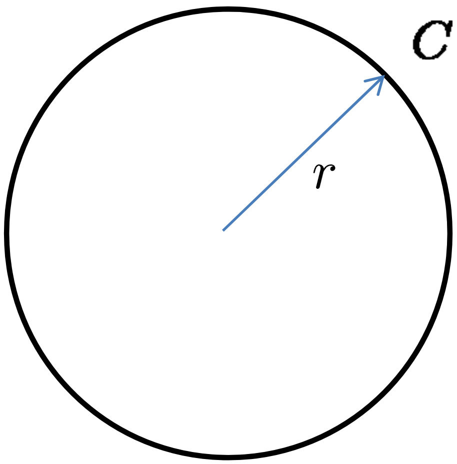
Caso especial: el perímetro

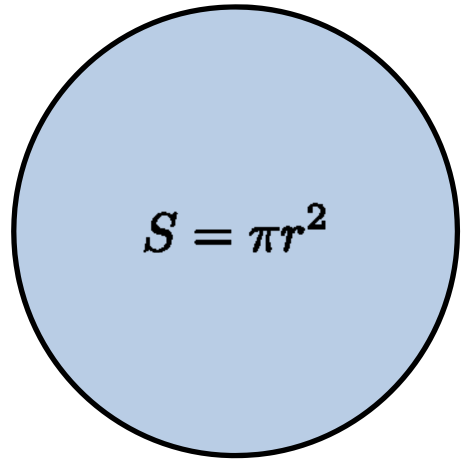


Geometría

Círculos:

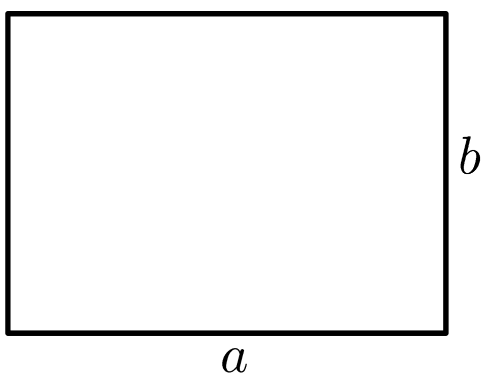
$$C = 2\pi r$$

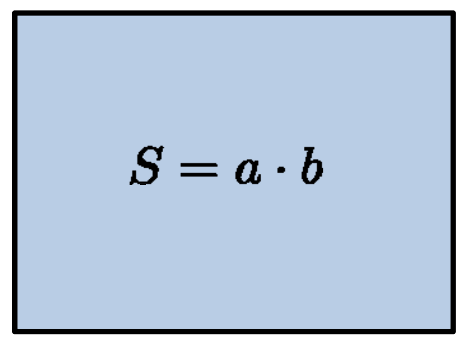




Rectángulo:

$$C = 2(a+b)$$

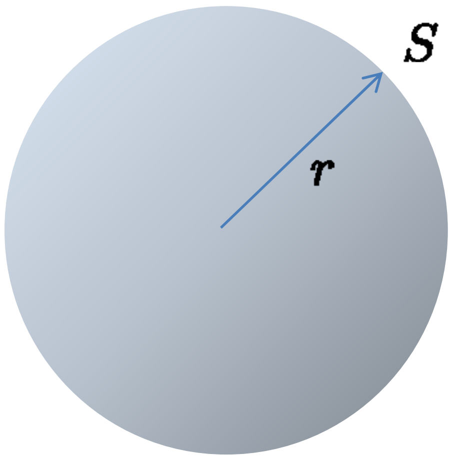


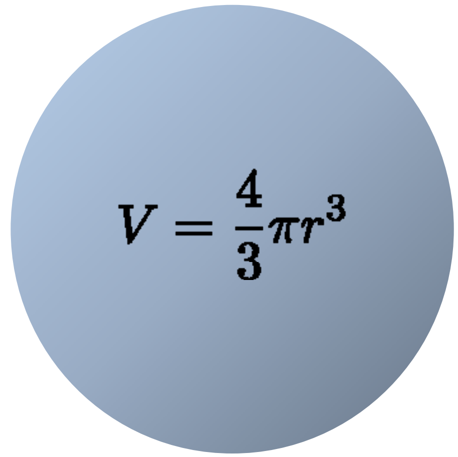


Geometría

Esfera:

$$S = 4\pi r^2$$

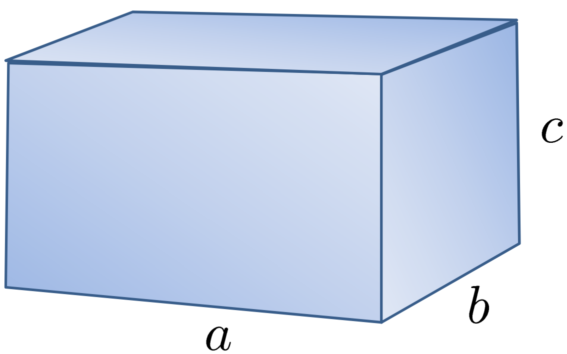


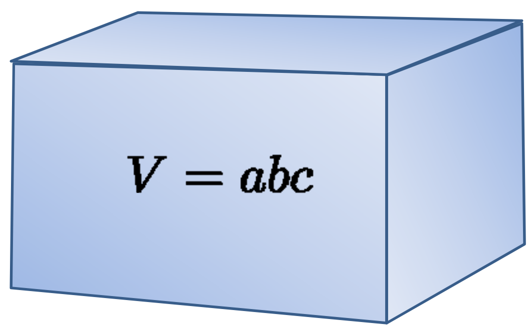


$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Cubo:

$$S = 2(ab + ac + bc)$$





$$V = abc$$

Ejercicios

1. ¿Cual es la superficie de una esfera en función de su volumen?
2. ¿Cual es la superficie de un cubo en función de su volumen?
3. Grafique ambas curvas.

Apliquemos estas reglas al mundo de los organismos celulares

4. ¿Si suponemos que un organismo necesita disipar calor y dicho mecanismo depende de la superficie de que dispone, que limitante tiene este si crece?
5. ¿Cual estructura seria mas ideal para ofrecer la mayor superficie de disipación posible?
6. ¿Cual podría ser la estrategia para crear organismos de mayor tamaño sin evitar "sobrecalentarse" ?

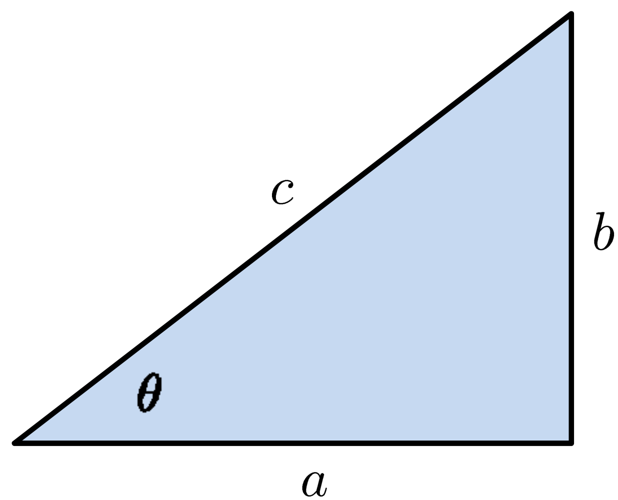
Trigonometría

Definiciones básicas

$$\sin\theta = \frac{b}{c}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{c}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{b}{a}$$



$$\theta = \arcsin\frac{b}{c}$$

$$\theta = \arccos\frac{a}{c}$$

$$\theta = \arctan\frac{b}{a}$$

Relaciones útiles

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\beta\sin\alpha$$

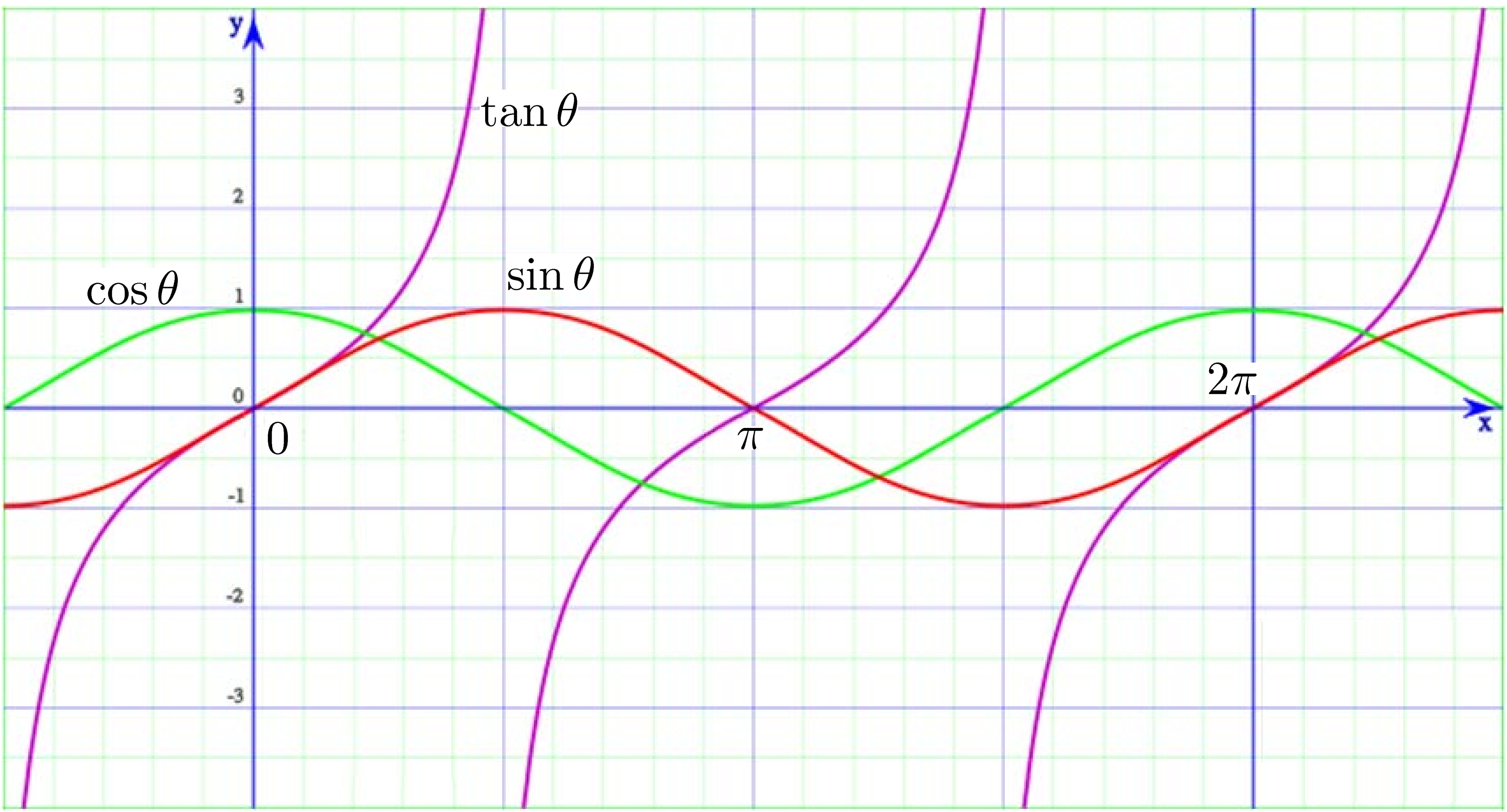
$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

$$2\sin^2\theta = 1 - \cos 2\theta$$

$$2\cos^2\theta = 1 + \cos 2\theta$$

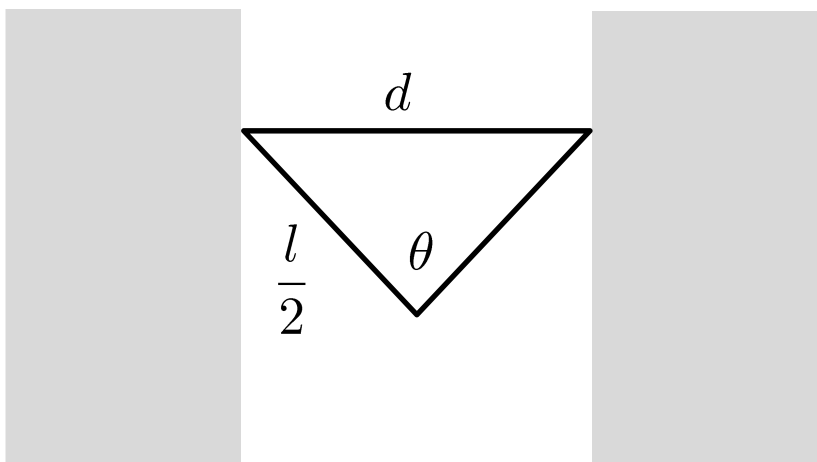
Trigonometría

Representación grafica



Ejercicios

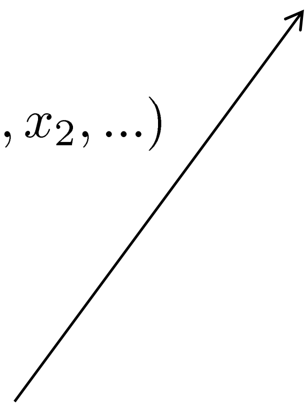
1. Que alto tiene un cerro si al encontrarme a 5.2 km lo veo en ángulo de 6.5 grados?
2. A cuantos radianes equivalen 42.5 grados?
3. A cuantos grados equivalen 0.12 radianes
4. Si una cuerda de largo l la colgamos entre dos paredes que están a una distancia d con d < l y si colgamos un peso en la mitad; cual es el ángulo que se formara en el punto que se fijo el peso?



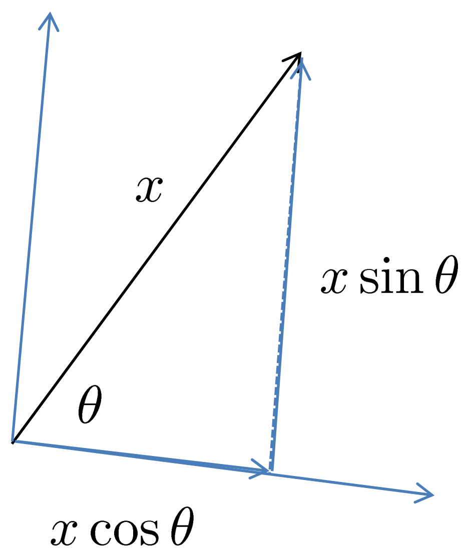
Vectores

Existen elementos que no solo tienen un valor, si no también una dirección. Estos elementos se denominan vectores y se dibujan mediante "flechas" con una dirección definida y cuyo largo es su magnitud.

$$\vec{x} = (x_1, x_2, ...)$$

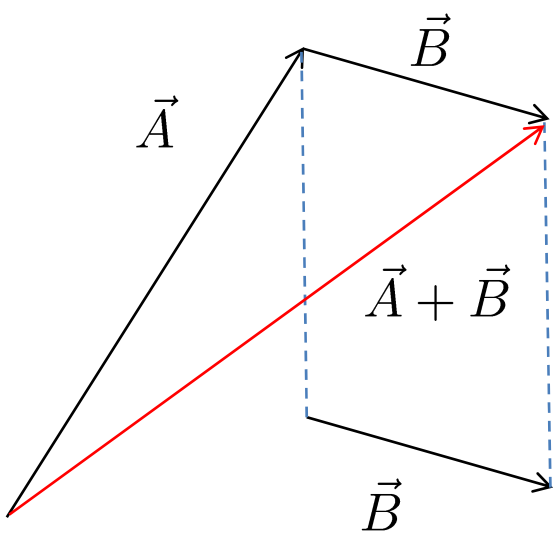


Cada vector puede ser representado en función de sus componentes en cualquier sistema de coordenadas que se emplee de referencia:

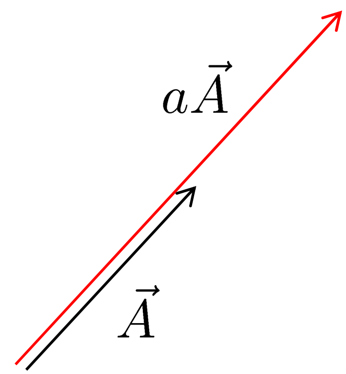


Vectores

Para sumar dos vectores simplemente se desplaza el vector a sumar de modo que punta y final concuerde:



Un vector se puede multiplicar por un escalar



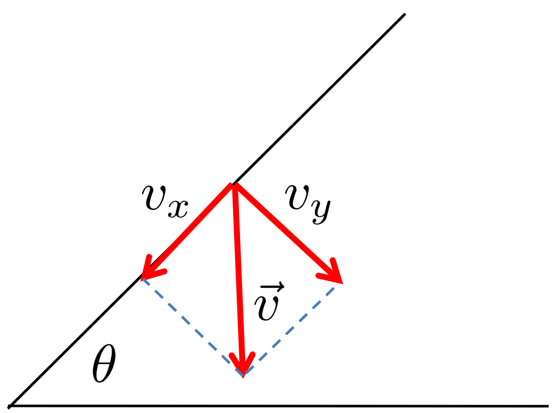
Vector unitario

$$|\vec{A}| = 1$$ Largo del vector igual a 1

Vectores

Ejercicios

1. Sume los vectores (2,3) y (-1,2) tanto en forma grafica como algebraica.
2. Normalice el vector (2,3).
3. Multiplique el vector (2,3) por el escalar 5.
4. Indique los vector ortogonal a (2,3).
5. Cual es la magnitud de los vectores v_x y v_y en que se descompone v?



Recuerde las relaciones trigonométricas